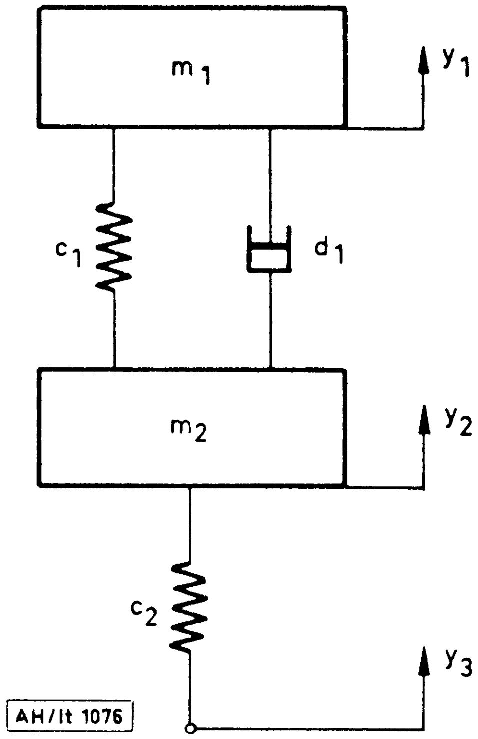
Anwendungsbeispiele für Analogrechner

Beispiel 3 — 15. Oktober 1963

ZWEI-MASSEN-SYSTEM

1. Fragestellung

Von dem Zwei-Massen-System nach Bild 1 sollen die Auslenkungen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ bei sprungförmiger Störung $y_3(t)$ ermittelt werden. Die Feder- und Dämpferkennlinien sind in Bild 2 dargestellt.



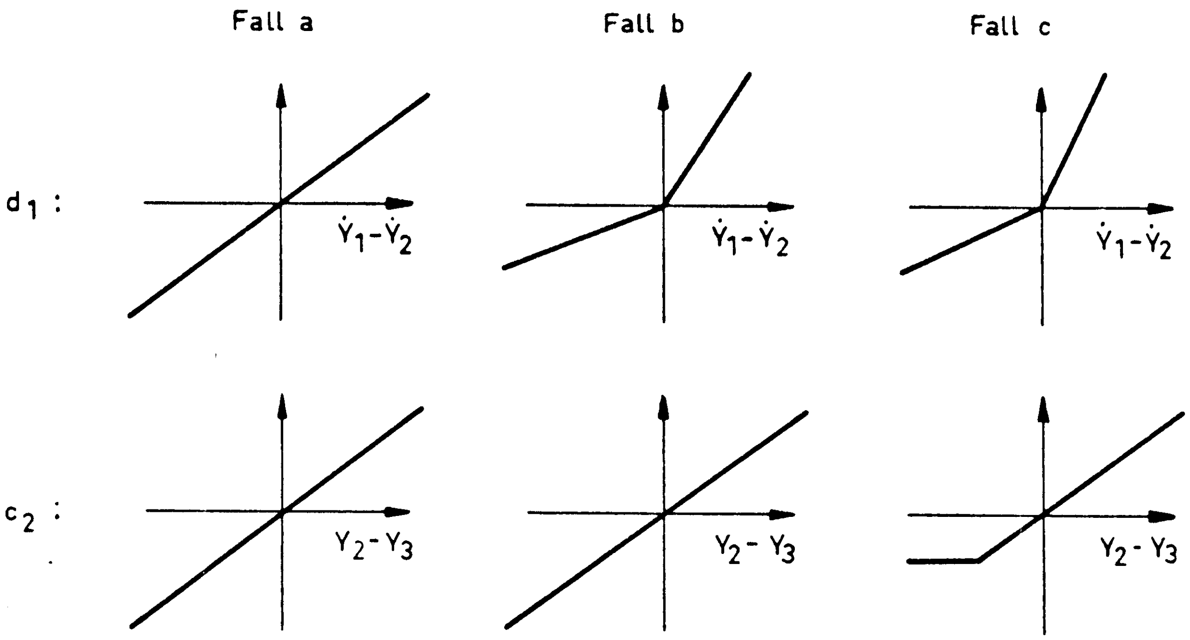
m_1, m_2 : Massen

c_1, c_2 : Federkonstanten

d_1 : Dämpfungskonstante

Bild 1 Zwei-Massen-System

Herausgeber: TELEFUNKEN Aktiengesellschaft · Fachbereich Anlagen Hochfrequenz · Fachgebiet Informationstechnik
Elektronische Rechenanlagen · 775 Konstanz, Bodensee



AH / It 1077

Bild 2 Feder- und Dämpferkennlinien

2. Gleichungen

$$\frac{d^2y_1}{dt^2} + \frac{d_1}{m_1}\left(\frac{dy_1}{dt} - \frac{dy_2}{dt}\right) + \frac{c_1}{m_1}(y_1 - y_2) = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} + \frac{d_1}{m_2}\left(\frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt}\right) + \frac{c_1}{m_2}(y_2 - y_1) + \frac{c_2}{m_2}(y_2 - y_3) = 0 \qquad (2)$$

3. Konstanten

$m_1 = 20 \text{ Kp } s^2 m^{-1}$

$c_1 = 1000 \text{ Kp } m^{-1}$

$d_1 = 80 \text{ Kp } s m^{-1}$ für $\dot{y}_1 - \dot{y}_2 > 0$ Fall b

$= 8 \text{ Kp sm}^{-1}$ für $\dot{y}_1 - \dot{y}_2 < 0$ Fall c

$m_2 = 2 \text{ Kp s}^2\text{m}^{-1}$

$c_2 = 4000 \text{ Kp m}^{-1}$ für $y_2 - y_3 > -0{,}37$ cm

$= 0$ für $y_2 - y_3 < -0{,}37$ cm Fall c

$y_3(t) = 6{,}5$ cm für $t \geq 0$

$= 0$ für $t < 0$

$y_1(0) = 0$

$y_2(0) = 0$

Geschätzte Maximalwerte $y_{1max} = y_{2max} = y_{3max} = y_m = 10$ cm

4. Normierung

Mit den normierten Amplituden $\frac{y_i}{y_m} = Y_i$, der Zeitnormierung $\tau = \lambda t$ und den Abkürzungen $\frac{dY}{d\tau} = \dot{Y}$, $\frac{d^2Y}{d\tau^2} = \ddot{Y}$ ergeben sich die Maschinengleichungen

$$\ddot{Y}_1 + \frac{d_1}{m_1\lambda}(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + \frac{c_1}{m_1\lambda^2}(Y_1 - Y_2) = 0 \qquad (3)$$

$$\ddot{Y}_2 + \frac{d_1}{m_2\lambda}(\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + \frac{c_1}{m_2\lambda^2}(Y_2 - Y_1) + \frac{c_2}{m_2\lambda^2}(Y_2 - Y_3) = 0 \qquad (4)$$

Damit die Koeffizienten einstellbar werden, wird $\lambda = 10 \text{ s}^{-1}$ gewählt. Der Vorgang läuft bei Wahl der Integrationskonstante $k_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ in 10facher Zeitdehnung, bei Wahl von $k_0 = 10 \text{ s}^{-1}$ in Echtzeit ab.

Nach Einsetzen der Koeffizienten ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\ddot{Y}_1 = -0{,}4\,(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) - 0{,}25\,(Y_1 - Y_2) \qquad (5)$$

$$-\ddot{Y}_2 = -4{,}0\,(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) - 2{,}5\,(Y_1 - Y_2) + 10\,(Y_2 - Y_3) \qquad (6)$$

5. Rechenschaltung

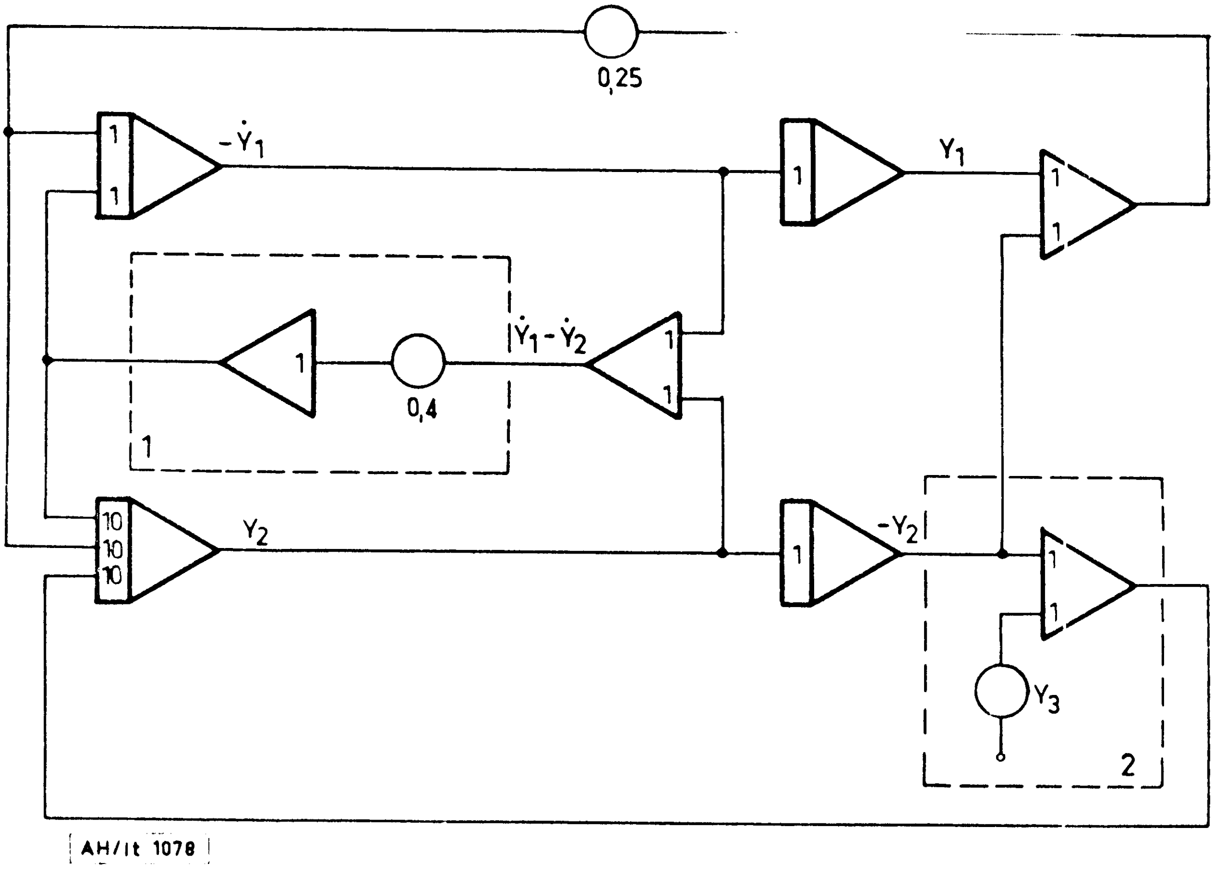
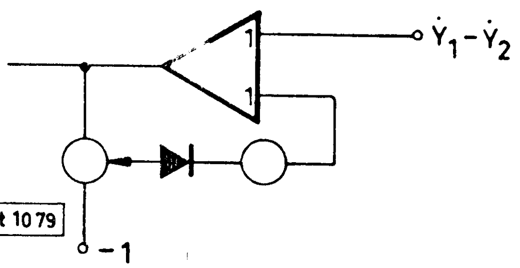


Bild 3 Rechenschaltung für das System nach Bild 1



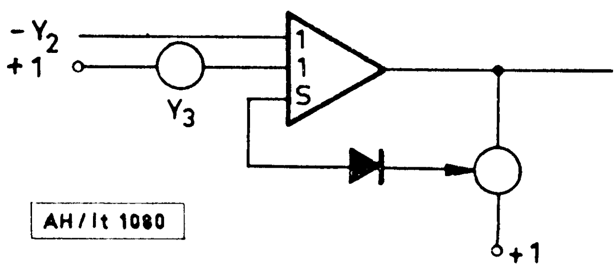


Bild 4 Schaltung 1 für Fall b, c

Bild 5 Schaltung 2 für Fall c

Im Fall b und Fall c ist der in der Rechenschaltung (Bild 3) gestrichelt umrahmte Teil 1 durch die Schaltung 1 (Bild 4) zu ersetzen.

Im Fall c ist außerdem der gestrichelt umrahmte Teil 2 durch Schaltung 2 (Bild 5) zu ersetzen.

6. Ergebnisse

Die zeitlichen Verläufe der Auslenkungen Y_1 (τ) und Y_2 (τ) sind für die Fälle a, b, c in den Bildern 6 bis 12 festgehalten.

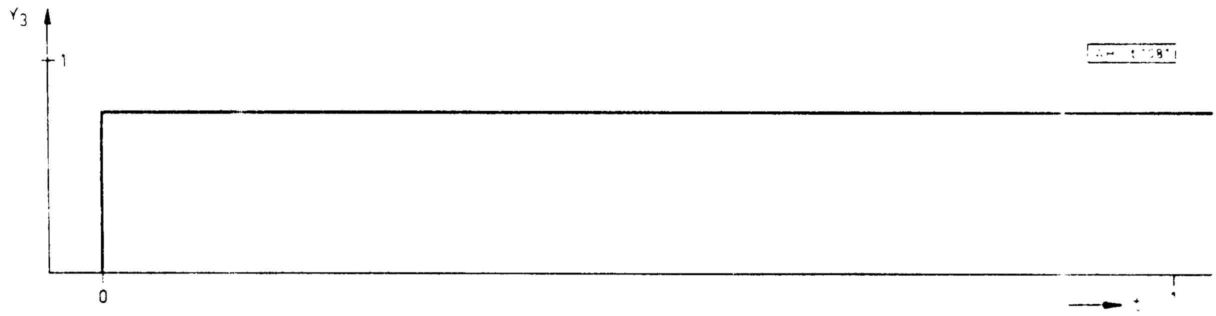


Bild 6 Störfunktion

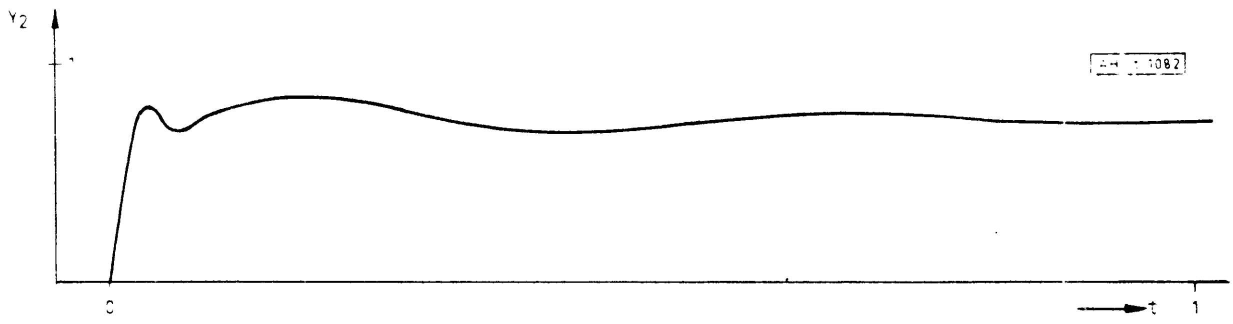


Bild 7 Auslenkung der Masse m_2
Fall a

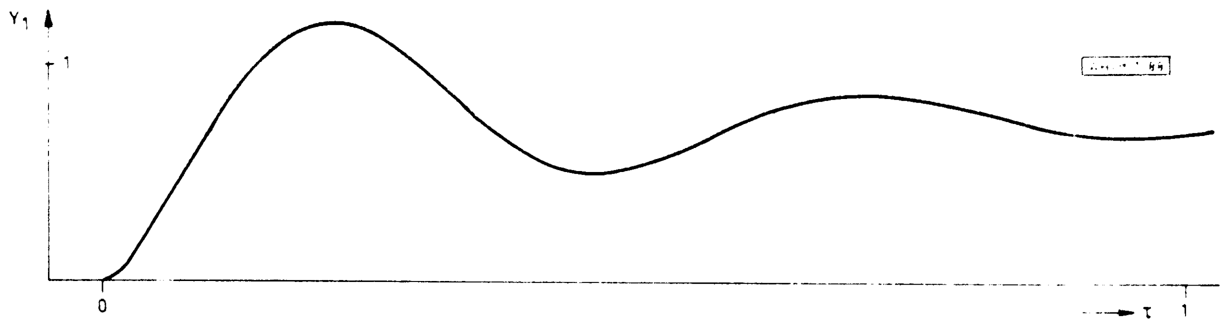


Bild 8 Auslenkung der Masse m_1
Fall a

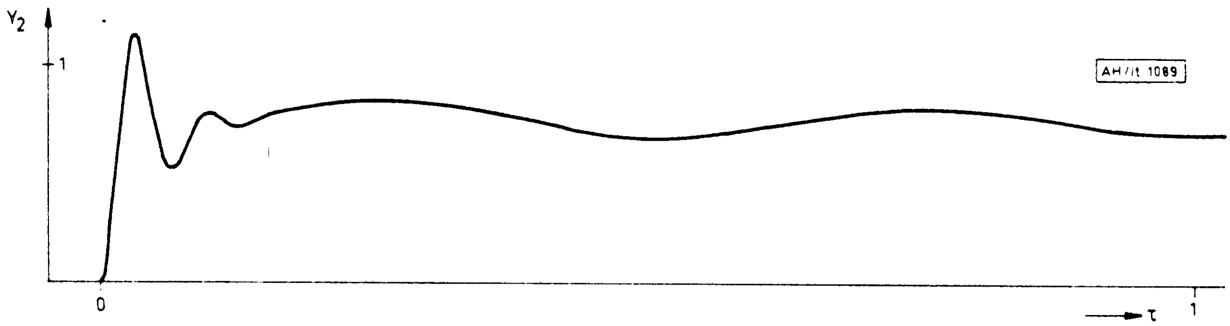


Bild 9 Auslenkung der Masse m_2
Fall b

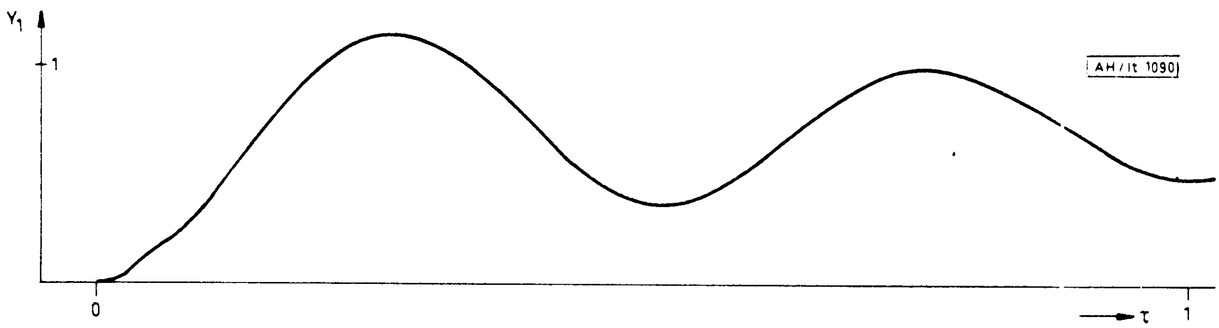


Bild 10 Auslenkung der Masse m_1
Fall b

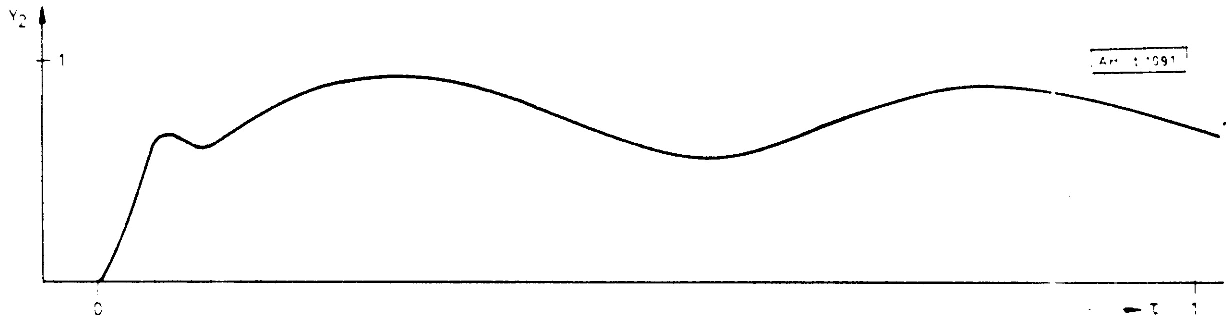


Bild 11 Auslenkung der Masse m_2
Fall c

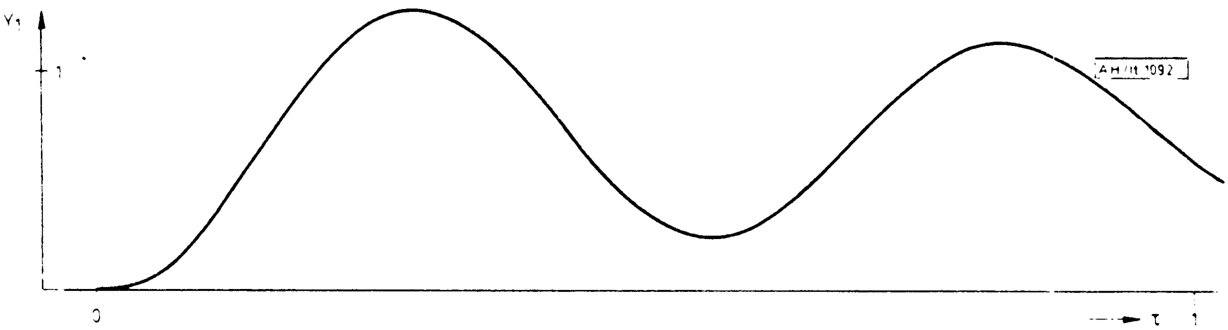


Bild 12 Auslenkung der Masse m_1
Fall c

Literatur:

[1] Szabo, Einführung in die Technische Mechanik, Springer-Verlag 196

[2] Giloi W , Herschel R., Rechenanleitung für Analogrechner,
TELEFUNKEN-Fachbuch